

Оглавление

Минимальное число с ограничением на делители	2
Количество нечетных цифр	2
Произведение и разность	3
Праздничный стол Марты	3
Делители на отрезке	3
Запас батареи	4
Пирамиды	4
Дружеские числа	5
Сумма цифр	6
Факториал в двойном факториале	6
Палиндромные числа	6
Деление и остаток	7
Последовательность без 4	7
Сумма остатков	7
Целочисленное квадратное уравнение	7
Сумма квадратов	8
К-е не делящееся на n	8
Произведение цифр	8
Треугольники	9
Подсчет хороших чисел	9

Минимальное число с ограничением на делители

Для заданного целого d найдите наименьшее положительное целое число a , удовлетворяющее следующим условиям:

- a имеет не менее 4 различных положительных делителей;
- для любых двух различных делителей u и v числа a выполняется $|u - v| \geq d$.

Числа с ровно четырьмя делителями бывают двух типов:

1. $a = p^3$, где p — простое. Делители: $1, p, p^2, p^3$.
2. $a = p \cdot q$, где p и q — различные простые. Делители: $1, p, q, p \cdot q$.

Рассмотрим оба типа и выберем минимальное подходящее a .

Тип 1: $a = p^3$. Делители: $1, p, p^2, p^3$. Расстояния: $p - 1, p^2 - p, p^3 - p^2$. Наименьшее расстояние: $p - 1$.
Условие: $p - 1 \geq d$, то есть $p \geq d + 1$. Берем наименьшее простое $p \geq d + 1$ и получаем $a_1 = p^3$.

Тип 2: $a = p \cdot q$ ($p < q$). Делители: $1, p, q, pq$. Расстояния: $p - 1, q - p, pq - q = q(p - 1)$. Наименьшее расстояние: $\min(p - 1, q - p)$. Условие: $p - 1 \geq d$ и $q - p \geq d$. Берем наименьшее простое $p \geq d + 1$, затем наименьшее простое $q \geq p + d$. Получаем $a_2 = p \cdot q$.

Ответ для каждого d : $\min(a_1, a_2)$.

Количество нечетных цифр

Подсчитайте количество нечётных цифр в десятичной записи всех чисел от 1 до n включительно.

Задача решается цифровой динамикой (digit DP) или рекурсивным подсчетом. Ключевая идея: разбить числа по разрядам и использовать рекуррентную формулу.

Рассмотрим рекурсивную функцию $f(n)$, которая возвращает количество нечетных цифр от 1 до n . Пусть n имеет k разрядов, и q — количество нечетных цифр в числе $\lfloor n/10 \rfloor$ (всех разрядах, кроме последнего). Тогда для последней цифры $d = n \% 10$ нужно учесть:

- Каждый полный цикл из 10 чисел (от 0 до 9) дает ровно 5 нечетных цифр в младшем разряде.
- Для чисел от 0 до $\lfloor n/10 \rfloor - 1$ в старших разрядах нечетные цифры считаются рекурсивно через $f(\lfloor n/10 \rfloor - 1)$, умноженное на 10 (так как для каждого значения старших разрядов младший разряд пробегает 10 вариантов).
- Для текущего значения старших разрядов $\lfloor n/10 \rfloor$ добавляем q (нечетные цифры в старших разрядах), умноженное на $(d + 1)$, плюс количество нечетных цифр среди чисел от 0 до d .

Рекуррентная формула:

$$f(n) = \left\lfloor \frac{n}{10} \right\rfloor \cdot 5 + 10 \cdot f\left(\left\lfloor \frac{n}{10} \right\rfloor - 1\right) + q \cdot (d + 1) + \text{odd_count}(d)$$

где $\text{odd_count}(d)$ — количество нечетных цифр среди $0, 1, \dots, d$ (для $d = 0$ это 0, для $d = 1$ — 1, и т.д.).

Базовый случай: $f(n) = 0$ при $n = 0$.

Произведение и разность

В массиве a пара индексов (i, j) называется хорошей, если $a_i \cdot a_j = j - i$, где $1 \leq i < j \leq n$. Посчитайте количество хороших пар в массиве a .

Заметим, что $a_i \cdot a_j = j - i < n$, так как $j \leq n$. Следовательно, $a_i \cdot a_j \leq n$. Произведение двух элементов не превышает n , значит, хотя бы один из множителей не превосходит \sqrt{n} (ведь если оба больше \sqrt{n} , то их произведение больше n).

Пусть $x = \lceil \sqrt{n} \rceil$. Будем перебирать все возможные значения p от 1 до x , где p — это значение меньшего элемента.

При $p = a_i$ для каждого p проходим по массиву и ищем позиции i , где $a_i = p$. Для каждой такой позиции находим: $j = i + p \cdot a_j$. Если j в пределах массива и выполняется равенство $p \cdot a_j = j - i$, то пара (i, j) подходит.

При $p = a_j$ для каждого p проходим по массиву и ищем позиции j , где $a_j = p$. Для каждой такой позиции находим: $i = j - p \cdot a_i$. Если i в пределах массива и выполняется равенство $p \cdot a_i = j - i$, то пара (i, j) подходит.

При таком подсчете каждая пара может быть учтена дважды (один раз как $p = a_i$, второй раз как $p = a_j$), если оба элемента $\leq x$. Поэтому в конце вычитаем половину таких дважды учтенных пар.

Праздничный стол Марты

Марта накрывает круглый стол радиуса R . Надо разместить n круглых тарелок радиуса r так, чтобы каждая тарелка целиком помещалась на столе и касалась его края. Тарелки не должны пересекаться, но могут касаться. Определить, возможно ли это.

Рассмотрим три случая.

Случай 1: $n = 1$. Тарелка должна помещаться на столе, то есть $r \leq R$. Если это так, ответ YES, иначе NO.

Случай 2: $n = 2$. Обе тарелки касаются края стола и друг друга. Они будут расположены диаметрально противоположно, и расстояние между их центрами равно $2(R - r)$. Чтобы они не пересекались, нужно $2(R - r) \geq 2r$, то есть $R \geq 2r$. Условие: $2r \leq R$.

Случай 3: $n \geq 3$. Тарелки располагаются по окружности радиуса $R - r$ (центры тарелок лежат на этой окружности, так как каждая касается края стола). Угловое расстояние между центрами соседних тарелок равно $2\pi/n$. Чтобы тарелки не пересекались, расстояние между их центрами должно быть не меньше $2r$. По теореме синусов, расстояние между центрами соседних тарелок равно $2(R - r) \sin(\pi/n)$. Получаем условие:

$$2(R - r) \sin(\pi/n) \geq 2r \quad \Rightarrow \quad (R - r) \sin(\pi/n) \geq r$$

Если неравенство выполняется, ответ YES, иначе NO.

Не забываем про погрешность вычислений с плавающей точкой — добавляем небольшую константу (10^{-9}) при сравнении.

Делители на отрезке

Сколько чисел на отрезке от l до r включительно делятся на a или на b ?

Используем формулу включений-исключений. Количество чисел, делящихся на a на отрезке $[l, r]$, равно $\lfloor r/a \rfloor - \lfloor (l-1)/a \rfloor$. Аналогично для b . Но числа, делящиеся одновременно на a и на b , то есть на $\text{НОК}(a, b)$, учитываются дважды, поэтому их надо вычесть.

Обозначим $m = \text{НОК}(a, b) = \frac{a \cdot b}{\text{gcd}(a, b)}$. Тогда ответ:

$$\text{ans} = \left(\left\lfloor \frac{r}{a} \right\rfloor - \left\lfloor \frac{l-1}{a} \right\rfloor \right) + \left(\left\lfloor \frac{r}{b} \right\rfloor - \left\lfloor \frac{l-1}{b} \right\rfloor \right) - \left(\left\lfloor \frac{r}{m} \right\rfloor - \left\lfloor \frac{l-1}{m} \right\rfloor \right)$$

Запас батареи

У Васи есть powerbank с зарядом A единиц. Каждый день он тратит B единиц (если заряд положителен), каждую ночь powerbank восстанавливает 1 единицу. Определить номер дня, когда заряда впервые не хватит для зарядки.

Процесс происходит так: утром заряд должен быть положительным для зарядки. После зарядки заряд уменьшается на B , затем ночью увеличивается на 1. Таким образом, за каждый полный цикл (день+ночь) чистый расход составляет $B - 1$ единиц.

Если заряд A делится на $B - 1$ без остатка, то после $k = \frac{A}{B-1}$ циклов заряд станет равен 0. Но в день $k + 1$ утром заряд уже 0, поэтому зарядка невозможна. Ответ: $k + 1$.

Если заряд A не делится на $B - 1$ нацело, то есть $A = (B - 1) \cdot k + r$, где $0 < r < B - 1$, то после k циклов остаток r еще положителен. В день $k + 1$ утром заряд r позволяет сделать зарядку (после нее заряд станет $r - B$, отрицательный), но ночью восстановится до $r - B + 1$, что может быть отрицательным или нулем. В день $k + 2$ утром заряд ≤ 0 , поэтому зарядка невозможна. Ответ: $k + 2$.

Пирамиды

Даны длины ребер l_3, l_4, l_5 для треугольной, четырехугольной и пятиугольной пирамид (все ребра каждой пирамиды равны). Найти сумму их объемов, округленную вниз.

Для каждой пирамиды объем вычисляется по формуле $V = \frac{1}{3} S_{\text{осн}} H$, где $S_{\text{осн}}$ — площадь основания, H — высота пирамиды.

Треугольная пирамида

Основание — равносторонний треугольник со стороной l_3 , все 6 ребер равны l_3 . $S_{\text{осн}} = \frac{\sqrt{3}}{4} l_3^2$

Высота: В правильной пирамиде вершина проецируется в центр основания. Центр равностороннего треугольника находится на пересечении медиан, которые делятся в отношении 2:1 от вершины. Расстояние от вершины основания до центра равно $\frac{2}{3}$ от высоты треугольника. Высота равностороннего треугольника: $h_{\Delta} = \frac{\sqrt{3}}{2} l_3$. Тогда расстояние от вершины основания до центра: $R = \frac{2}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} l_3 = \frac{l_3}{\sqrt{3}}$.

Боковое ребро l_4 , высота H и R образуют прямоугольный треугольник. По теореме Пифагора:

$$H = \sqrt{l_4^2 - R^2} = \sqrt{l_4^2 - \frac{l_3^2}{3}} = \sqrt{\frac{2}{3} l_3^2} = l_3 \sqrt{\frac{2}{3}}$$

Объем:

$$V_3 = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} l_3^2 \cdot l_3 \sqrt{\frac{2}{3}} = \frac{l_3^3}{12} \sqrt{3 \cdot \frac{2}{3}} = \frac{l_3^3}{12} \sqrt{2}$$

Четырехугольная пирамида

Основание — квадрат со стороной l_4 , все 8 ребер равны l_4 . $S_{\text{осн}} = l_4^2$

Высота: В правильной пирамиде вершина проецируется в центр основания. Для квадрата центр — точка пересечения диагоналей. Расстояние от центра до любой вершины основания равно половине диагонали. Диагональ квадрата $d = l_4 \sqrt{2}$, тогда расстояние от вершины основания до центра $R = \frac{l_4 \sqrt{2}}{2} = \frac{l_4}{\sqrt{2}}$.

Боковое ребро l_4 , высота H и R образуют прямоугольный треугольник. По теореме Пифагора:

$$H = \sqrt{l_4^2 - R^2} = \sqrt{l_4^2 - \frac{l_4^2}{2}} = \sqrt{\frac{l_4^2}{2}} = \frac{l_4}{\sqrt{2}}$$

Объем:

$$V_4 = \frac{1}{3} \cdot l_4^2 \cdot \frac{l_4}{\sqrt{2}} = \frac{l_4^3}{3\sqrt{2}}$$

Пятиугольная пирамида

Основание — правильный пятиугольник со стороной l_5 , все 10 ребер равны l_5 . Правильный пятиугольник со стороной a можно разбить на 5 равнобедренных треугольников, проведя радиусы из центра описанной окружности к вершинам. Центральный угол, соответствующий одной стороне, равен: $\varphi = \frac{360^\circ}{5} = 72^\circ$

Рассмотрим один такой треугольник с вершиной в центре и основанием — стороной пятиугольника. Это равнобедренный треугольник с боковыми сторонами R (радиус описанной окружности), основанием a и углом при вершине 72° . Половина этого треугольника — прямоугольный треугольник с гипотенузой R , противолежащим углом 36° (половина центрального угла) и противолежащим катетом $a/2$. Тогда:

$$\sin 36^\circ = \frac{a/2}{R} \Rightarrow R = \frac{a}{2 \sin 36^\circ}$$

В том же прямоугольном треугольнике прилежащий катет — это апофема r (расстояние от центра до середины стороны). Тогда:

$$\cos 36^\circ = \frac{r}{R} \Rightarrow r = R \cos 36^\circ = \frac{a \cos 36^\circ}{2 \sin 36^\circ} = \frac{a}{2} \cot 36^\circ$$

Площадь равнобедренного треугольника равна половине произведения основания на высоту (апофему):

$$S_{\Delta} = \frac{1}{2} \cdot a \cdot r = \frac{1}{2} \cdot a \cdot \frac{a}{2} \cot 36^\circ = \frac{a^2}{4} \cot 36^\circ$$

Умножая на 5 получим:

$$S_{\text{осн}} = 5 \cdot \frac{a^2}{4} \cot 36^\circ = \frac{5}{4} a^2 \cot 36^\circ$$

Высота: Вершина пирамиды проецируется в центр описанной окружности основания. Радиус описанной окружности правильного пятиугольника со стороной a :

$$R = \frac{a}{2 \sin(36^\circ)}$$

Боковое ребро l_4 , высота H и R образуют прямоугольный треугольник. По теореме Пифагора:

$$H = \sqrt{l_5^2 - R^2} = \sqrt{l_5^2 - \left(\frac{l_5}{2 \sin 36^\circ}\right)^2} = l_5 \sqrt{1 - \frac{1}{4 \sin^2 36^\circ}} \approx 0.5257311 \cdot l_5$$

Объем:

$$V_5 = \frac{1}{3} \cdot \frac{5}{4} l_5^2 \cot 36^\circ \cdot H \approx 0.3015028323 \cdot l_5^3$$

Дружеские числа

Для целого числа x назовём целое число y дружеским, если $y - d(y) = x$, где $d(y)$ — сумма десятичных цифр числа y . Для заданного x определите количество его дружеских чисел.

Из условия $y = x + d(y)$. Так как $d(y)$ — сумма цифр, то для чисел порядка 10^9 максимальная сумма цифр не превышает 81. Значит, y лежит в интервале $[x + 1, x + 81]$.

Перебираем все возможные значения d от 1 до 81, полагаем $y = x + d$, вычисляем $d(y)$ и проверяем $d(y) = d$. Если хотя бы одно такое y найдено, то ответ 10, иначе 0.

Почему 10? Если y подходит, то числа $y + 9 \cdot 10^k$ для различных k также подходят (добавление девяток в конец не меняет $y - d(y)$). В пределах 10^9 таких чисел получается ровно 10 для каждого базового решения.

Сумма цифр

Дано число n . Найдите сумму цифр всех чисел от 1 до n включительно.

Задача решается цифровой динамикой (digit DP) или рекурсивным подсчетом. Ключевая идея: разбить числа по разрядам. Для числа n рассмотрим его последнюю цифру $d = n \% 10$ и старшую часть $m = \lfloor n/10 \rfloor$. Сумму цифр всех чисел от 1 до n можно представить как:

- Каждый полный десяток чисел от 0 до $m - 1$ дает в младшем разряде сумму 45 (сумма цифр от 0 до 9). Всего таких полных десятков m , поэтому вклад младшего разряда: $m \cdot 45$.
- Для чисел от $m \cdot 10$ до $m \cdot 10 + d$ вклад младшего разряда: сумма от 0 до d , то есть $d(d + 1)/2$.
- Вклад старших разрядов: для каждого числа от 0 до $m - 1$ сумма цифр старшей части учитывается 10 раз (для каждого значения младшего разряда). Это $10 \cdot S(m - 1)$, где $S(k)$ — сумма цифр всех чисел от 1 до k .
- Для последнего неполного десятка чисел от $m \cdot 10$ до $m \cdot 10 + d$ старшая часть равна m , и ее сумма цифр (обозначим q) добавляется $(d + 1)$ раз.

Получаем рекуррентную формулу:

$$F(n) = m \cdot 45 + \frac{d(d + 1)}{2} + 10 \cdot F(m - 1) + q \cdot (d + 1)$$

где q — сумма цифр числа m , а $F(m - 1)$ считается рекурсивно. Базовый случай: $F(0) = 0$.

Факториал в двойном факториале

Задано число n , найдите максимальное k , такое что $n!!$ делится на $k!$ без остатка.

Если n нечетное, то $n!!$ нечетно, значит делится только на $1!$, ответ 1.

Если n четное, то $n!! = 2^{n/2} \cdot (n/2)!$. Обозначим $m = n/2$. Тогда нужно проверить, делится ли $2^m \cdot m!$ на $(m + 1)!$. Для этого необходимо, чтобы $m + 1$ делило 2^m , то есть $m + 1$ должно быть степенью двойки.

Если $m + 1$ — степень двойки, то ответ $m + 1$, иначе ответ m .

Палиндромные числа

Сколько палиндромных чисел на отрезке от l до r включительно?

Подсчитаем функцию $f(x)$ — количество палиндромов от 1 до x . Ответ: $f(r) - f(l - 1)$. Для подсчета $f(x)$ разбиваем на две части:

1. Все палиндромы с длиной, меньшей чем у x . Для длины len количество палиндромов равно $9 \cdot 10^{\lceil len/2 \rceil - 1}$ (первая цифра от 1 до 9, остальные $\lceil len/2 \rceil - 1$ цифр любые).

2. Палиндромы той же длины, что и x . Берем первую половину числа x (первые $\lceil L/2 \rceil$ цифр) как префикс. Все префиксы от минимального ($10^{\lceil L/2 \rceil - 1}$) до $prefix - 1$ дают палиндромы, меньшие x . Добавляем их количество. Затем проверяем, дает ли сам префикс палиндром, не превосходящий x : зеркально отражаем первую половину и сравниваем с x .

Суммируем и получаем ответ.

Деление и остаток

Пара (a, b) называется специальной, если $\lfloor a/b \rfloor = a \bmod b$. Найдите количество таких пар с $1 \leq a \leq x$, $1 \leq b \leq y$.

Пусть $k = \lfloor a/b \rfloor = a \bmod b$. Тогда $a = k \cdot b + k = k(b+1)$. Так как $a \bmod b = k$, то $0 \leq k < b$.

Из $a = k(b+1)$ и $a \leq x$ получаем $b \leq \frac{x}{k} - 1$. Также $b > k$ (так как $k < b$) и $b \leq y$.

Для фиксированного k допустимые b лежат на отрезке $[k+1, \min(y, \lfloor x/k \rfloor - 1)]$. Перебираем k от 1 до тех пор, пока $k^2 \leq x$ (иначе нижняя граница $k+1$ превысит верхнюю). Для каждого k добавляем длину этого отрезка.

Последовательность без 4

Рассмотрим последовательность a , состоящую из всех натуральных чисел, в десятичной записи которых нет цифры 4. Для заданного k найдите k -й член последовательности a_k .

Заметим, что цифры в числах последовательности могут быть только 0,1,2,3,5,6,7,8,9 — всего 9 возможных цифр (ноль не может быть первой цифрой, но для позиционного представления это не важно). Это похоже на систему счисления с основанием 9, но с пропуском цифры 4.

Переведем номер k в девятеричную систему счисления. Затем заменим каждую цифру d полученного числа по правилу: если $d < 4$, оставляем как есть, если $d \geq 4$, увеличиваем на 1 (чтобы пропустить 4). Полученное число в десятичной записи и будет искомым a_k .

Сумма остатков

Даны целые числа n и k . Найдите сумму остатков от деления чисел от 1 до n на k : $S = \sum_{i=1}^n (i \bmod k)$.

Остатки при делении на k циклически повторяются с периодом k : $1, 2, \dots, k-1, 0, 1, 2, \dots$. Сумма остатков за один полный период $(1 + 2 + \dots + (k-1) + 0) = \frac{(k-1)k}{2}$. Количество полных периодов в числах от 1 до n равно $\lfloor n/k \rfloor$. Их вклад: $\lfloor n/k \rfloor \cdot \frac{(k-1)k}{2}$. Остаток от деления n на k : $x = n \bmod k$. Последний неполный период содержит числа от 1 до x , их остатки равны самим числам. Сумма: $1 + 2 + \dots + x = \frac{x(x+1)}{2}$. Итоговая формула:

$$S = \left\lfloor \frac{n}{k} \right\rfloor \cdot \frac{(k-1)k}{2} + \frac{x(x+1)}{2}$$

где $x = n \bmod k$.

Целочисленное квадратное уравнение

Дано квадратное уравнение $ax^2 + bx + c = 0$ с целыми коэффициентами. Гарантируется, что все корни уравнения являются целыми числами. Найдите корни уравнения.

Так как корни целые, дискриминант $D = b^2 - 4ac$ является полным квадратом. Найдем целое x , такое что $x^2 = D$. Если $D = 0$, уравнение имеет один корень: $x_1 = -\frac{b}{2a}$. Если $D > 0$, корни вычисляются по формулам:

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a}, \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a}$$

Выводим их в порядке возрастания.

Сумма квадратов

Дано натуральное число n . Найдите все пары натуральных чисел (a, b) такие, что $a^2 + b^2 = n$ и $a \leq b$. Выведите количество таких пар.

Будем перебирать a от 1 до тех пор, пока $2a^2 \leq n$ (так как если $a \leq b$, то $a^2 \leq b^2$ и $2a^2 \leq a^2 + b^2 = n$). Для каждого a вычисляем $b^2 = n - a^2$. Извлекаем целый квадратный корень из b^2 и проверяем, что полученное число b целое и $b \geq a$.

К-е неделящееся на n

Для заданных целых положительных n и k требуется найти k -е положительное целое число, которое не делится на n .

Среди каждых n последовательных натуральных чисел ровно $n - 1$ число не делится на n (все, кроме кратного n). Таким образом, числа, не кратные n , образуют блоки по $n - 1$ числу.

Разделим k на $n - 1$:

$$q = \left\lfloor \frac{k}{n-1} \right\rfloor, \quad r = k \bmod (n-1)$$

Если $r = 0$, то k -е число находится в конце q -го блока и равно $q \cdot n - 1$.

Если $r > 0$, то k -е число находится внутри $(q + 1)$ -го блока и равно $q \cdot n + r$.

Формула:

$$\text{ans} = \begin{cases} \frac{k}{n-1} \cdot n - 1, & \text{если } k \bmod (n-1) = 0 \\ \left\lfloor \frac{k}{n-1} \right\rfloor \cdot n + (k \bmod (n-1)), & \text{иначе} \end{cases}$$

Произведение цифр

Дано целое число n . Найдите максимальное число, состоящее из различных цифр, произведение цифр которого равно n . Если такого числа не существует, выведите -1 .

Разложим n на простые множители. Так как цифры от 1 до 9, то допустимые простые множители: 2, 3, 5, 7. Если в разложении есть другие простые числа, ответ -1 .

Цифры можно составить из комбинаций простых:

- 2 = 2
- 3 = 3
- 4 = 2·2
- 5 = 5
- 6 = 2·3
- 7 = 7
- 8 = 2·2·2
- 9 = 3·3

Задача сводится к тому, чтобы представить n в виде произведения таких цифр, используя каждую не более одного раза, и получить максимальное число. Для максимизации числа нужно, чтобы цифры шли в порядке убывания (сначала большие, потом маленькие). Переберем все числа, которые можно составить из набора простых множителей исходного и возьмем максимум.

Треугольники

На плоскости заданы n точек. Найдите количество треугольников с ненулевой площадью.

Считаем общее количество троек точек: $\frac{n(n-1)(n-2)}{6}$. Вычитаем тройки, лежащие на одной прямой.

Для каждой точки i смотрим на все остальные точки. Для каждой такой точки j считаем вектор $(dx, dy) = (x_j - x_i, y_j - y_i)$. Сокращаем его, разделив на НОД, чтобы получить уникальное направление. Группируем точки по направлениям.

Если в каком-то направлении от точки i есть cnt точек, то они дают $C_{cnt}^2 = \frac{cnt(cnt-1)}{2}$ троек, где точка i является общей вершиной, а остальные две лежат на одной прямой с ней.

Суммируем такие тройки для всех i . Каждую тройку точек на одной прямой мы посчитали 3 раза (по разу для каждой точки как вершины), поэтому делим сумму на 3.

Ответ: $C_n^3 - \frac{\text{сумма}}{3}$.

Подсчет хороших чисел

Назовём целое положительное число хорошим, если в его разложении на простые множители каждый простой делитель ≥ 10 . Требуется подсчитать количество хороших чисел на отрезке $[l, r]$.

Простые числа меньше 10: 2, 3, 5, 7. Хорошие числа — это числа, которые не делятся ни на одно из этих простых. То есть числа, взаимно простые с $2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = 210$. Количество чисел от 1 до n , не делящихся на 2, 3, 5, 7, вычисляется по формуле включений-исключений:

$$f(n) = n - \left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor - \left\lfloor \frac{n}{3} \right\rfloor - \left\lfloor \frac{n}{5} \right\rfloor - \left\lfloor \frac{n}{7} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{n}{6} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{n}{10} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{n}{14} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{n}{15} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{n}{21} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{n}{35} \right\rfloor - \left\lfloor \frac{n}{30} \right\rfloor - \left\lfloor \frac{n}{42} \right\rfloor - \left\lfloor \frac{n}{70} \right\rfloor - \left\lfloor \frac{n}{105} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{n}{210} \right\rfloor$$

Тогда ответ на отрезке $[l, r]$ равен $f(r) - f(l-1)$.